

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 07.02.2023

Parte II - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B , M_B .

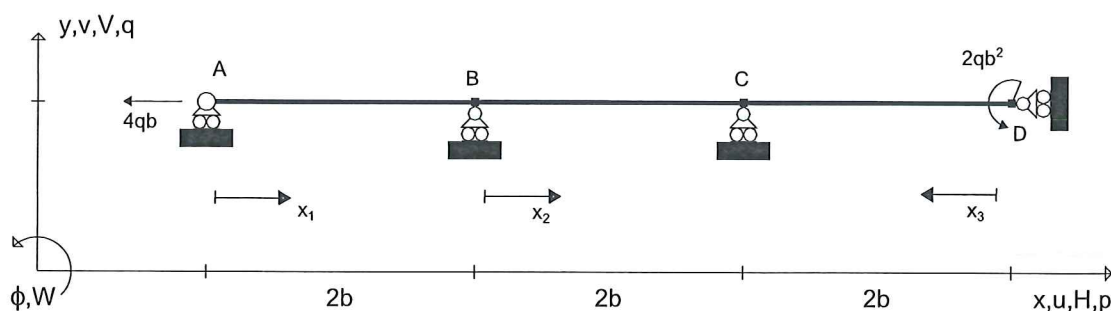
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto D , ϕ_D .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 07.02.23*001



Esercizio n. 2 (7 punti)

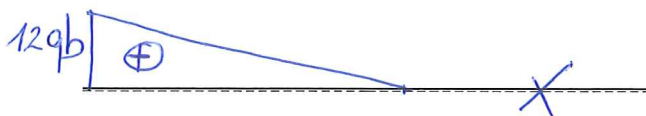
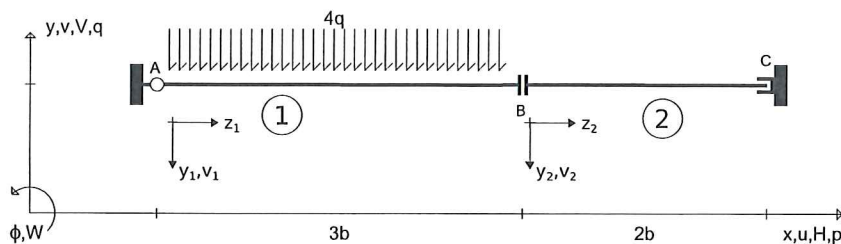
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A , B e C .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

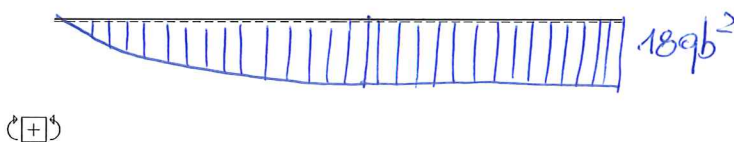
1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. La rotazione del punto A , φ_A ;
4. Lo spostamento verticale del punto B relativo al secondo tratto, $v_B^{(2)}$.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 07.02.23*001



$\uparrow (+) \downarrow$



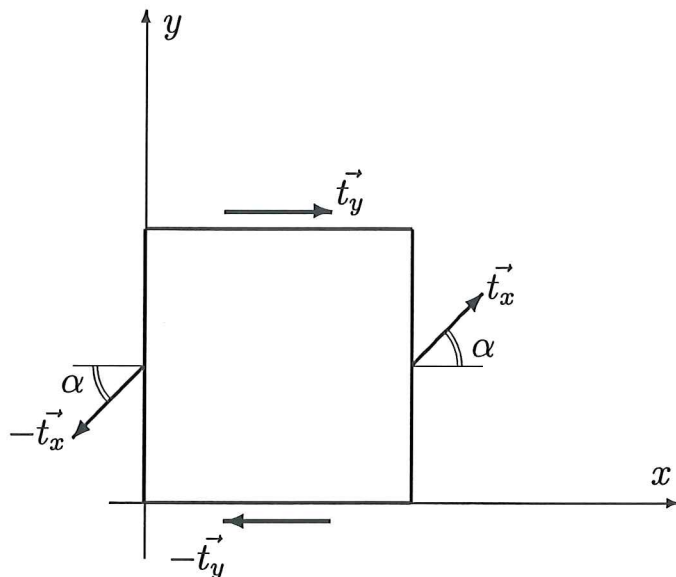
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; & V_A (\uparrow) &= 12qb; & V_C (\uparrow) &= 0; & M_C (\curvearrowright) &= 18qb^2; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 12qb - 4qz_1; & M_{AB} &= 12qbz_1 - 2qz_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= 18qb^2; \\
 \text{c.c in A} &= v_1(z_1=0) = 0; & \text{c.c in B} &= v_1'(z_1=3b) = v_2'(z_2=0); \\
 \text{c.c in C} &= v_2(z_2=2b) = 0; & v_2'(z_2=2b) &= 0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{72qb^3z_1}{EJ} - \frac{2qbz_1^3}{EJ} + \frac{qz_1^4}{6EJ}; & v_1'(z_1) &= \frac{72qb^3}{EJ} - \frac{6qbz_1^2}{EJ} + \frac{2qz_1^3}{3EJ}; \\
 v_2(z_2) &= \frac{-36qb^4}{EJ} + \frac{36qb^3z_2}{EJ} - \frac{9qb^2z_2^2}{EJ}; & v_2'(z_2) &= \frac{36qb^3}{EJ} - \frac{18qb^2z_2}{EJ}; \\
 v_B^{(2)} &= \frac{-36qb^4}{EJ} (\uparrow); & \varphi_A &= \frac{72qb^3}{EJ} (\curvearrowright);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = -30^\circ$ (sicché $\sin \alpha = -1/2$; $\cos \alpha = \sqrt{3}/2$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 75$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



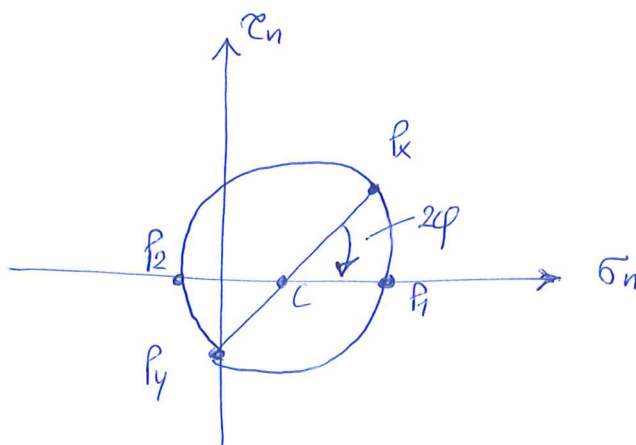
$$\sigma_x = \frac{64.9519}{75\sqrt{3}/2} \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = \frac{-37.5000}{-75/2} \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 82.0838 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -17.1319 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 49.6078 \text{ (MPa)};$$

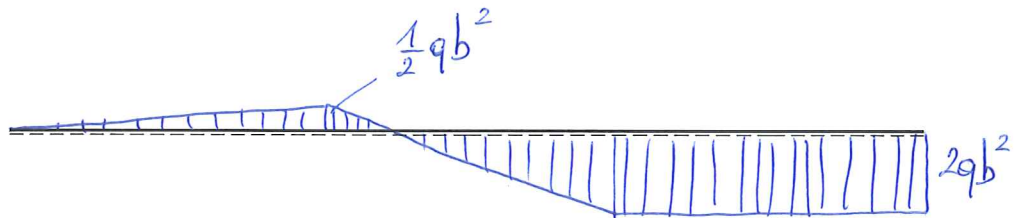
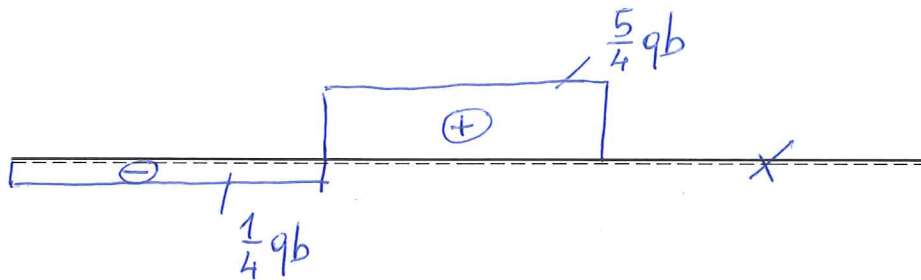
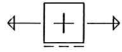
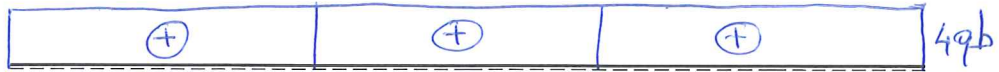
cerchio di Mohr:

$$P_x = (64.9519, +37.5000)$$

$$P_y = (0, -37.5000)$$



$$\varphi = -24.5533 \text{ (}^\circ\text{)};$$



$$\begin{aligned}
 V_A(\uparrow) &= -\frac{1}{4}qb & V_B(\uparrow) &= \frac{3}{2}qb & V_C(\uparrow) &= -\frac{5}{4}qb & H_D(\Rightarrow) &= 4qb & M_B(\curvearrowright) &= -\frac{1}{2}qb^2 \\
 N_{AB} &= 4qb & T_{AB} &= -\frac{1}{4}qb & M_{AB} &= -\frac{1}{4}qbx_1 \\
 N_{BC} &= 4qb & T_{BC} &= \frac{5}{4}qb & M_{BC} &= -\frac{1}{2}qb^2 + \frac{5}{4}qbx_2 \\
 N_{DC} &= 4qb & T_{DC} &= 0 & M_{DC} &= 2qb^2 \\
 \varphi_D &= \frac{3}{6} \frac{qb^3}{EI} \quad (G)
 \end{aligned}$$